

# Zwei Methoden zur ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme und ihre experimentelle Erprobung

Two Methods for the Event-Based Control of Interconnected Systems  
and Their Experimental Evaluation

Christian Stöcker\*, Jan Lunze, Chuong Ngo, Ruhr-Universität Bochum

\* Korrespondenzautor: [stoecker@atp.ruhr-uni-bochum.de](mailto:stoecker@atp.ruhr-uni-bochum.de)

**Zusammenfassung** Das Ziel der ereignisbasierten Regelung ist die Verringerung des Kommunikationsaufwands innerhalb eines Regelkreises, indem die Rückführung nur dann geschlossen wird, wenn ein Ereignis eine hinreichend große Regelabweichung anzeigt. In diesem Beitrag werden Bedingungen für die Struktur einer ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme angegeben, unter denen das Verhalten des ereignisbasierten Regelkreises nur beschränkt von dem eines kontinuierlichen Regelkreises abweicht. Davon ausgehend werden zwei neue Methoden zur verteilten und dezentralen ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme vorgestellt. Beide Ansätze werden in Simulationen und Experimenten an einem

thermofluiden Prozess erprobt. ►►► **Summary** Event-based control aims at reducing the communication effort within a control loop by closing the feedback only if an event indicates a significant control error. This paper derives a condition to the structure of the event-based control of interconnected systems on that the difference between the behavior of event-based control loop and a continuous reference system is bounded. Based on this condition, two novel methods for distributed and decentralized event-based control are developed. Both approaches are evaluated by means of their simulative and experimental application to a thermofluid process.

**Schlagwörter** Ereignisbasierte Regelung, gekoppelte Systeme, verteilte Regelung, dezentrale Regelung, thermofluiden Prozess

►►► **Keywords** Event-based control, interconnected systems, distributed control, decentralized control, thermofluid process

## 1 Einleitung

Die ereignisbasierte Regelung hat zum Ziel, den Informationsaustausch zwischen Sensoren, Reglern und Aktoren zu reduzieren, indem der Regelkreis nur zu Zeitpunkten geschlossen wird, zu denen ein Ereignis anzeigt, dass die Regelabweichung eine festgelegte Grenze überschreitet.

Im Unterschied zu einer zeitdiskreten Regelung, bei der zu jedem Abtastzeitpunkt eine Informationsübertragung stattfindet, wird somit die Informationsrückkopplung bei der ereignisbasierten Regelung an das aktuelle Systemverhalten angepasst. Eine mögliche Anwendung findet dieses Konzept im Bereich der digital vernetzten Regelungssys-



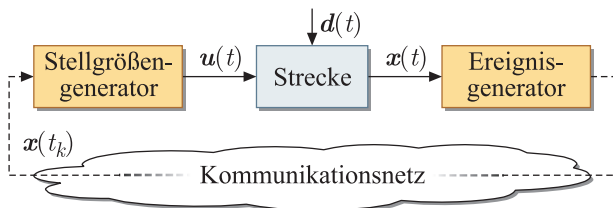


Bild 1 Ereignisbasierter Regelkreis.

teme, bei denen die Rückkopplung über ein digitales Kommunikationsnetzwerk realisiert ist. Die ereignisbasierte Kommunikation zwischen den Komponenten des Regelkreises reduziert die Netzbelastung und damit die Gefahr von Übertragungsverzögerungen und Datenverlusten.

Der ereignisbasierte Regelkreis besteht aus den folgenden Komponenten (Bild 1):

- Regelstrecke mit Eingang  $u(t)$ , Zustand  $x(t)$  und Störung  $d(t)$ ,
- Ereignisgenerator, der die Ereigniszeitpunkte  $t_k$  ( $k = 0, 1, \dots$ ) bestimmt,
- Kommunikationsnetzwerk und
- Stellgrößengenerator, der die zum Ereigniszeitpunkt  $t_k$  empfangenen Informationen nutzt, um die Stellgröße  $u(t)$  für  $t \geq t_k$  zu generieren.

Die im Bild 1 gestrichelt dargestellten Pfeile bedeuten eine Kommunikation, die nach Auslösung eines Ereignisses stattfindet, während die durchgezogenen Linien eine kontinuierliche Informationsübertragung repräsentieren.

Dieser Beitrag untersucht die ereignisbasierte Regelung physikalisch gekoppelter Systeme. Es werden Bedingungen an die Regelkreisstruktur formuliert, die eine beschränkte Abweichung zwischen dem Verhalten der ereignisbasierten Regelung und einem kontinuierlichen Referenzsystem sicherstellen. Darauf aufbauend werden zwei neue Methoden zur ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme beschrieben. Die erste Methode führt auf eine verteilte Realisierung des zentralen ereignisbasierten Regelungskonzepts aus [10]. Jedem Teilsystem der Regelstrecke ist dabei jeweils ein Stellgrößen- und ein Ereignisgenerator zugeordnet. Ein Modell des kontinuierlich geregelten Gesamtsystems wird in beiden Generatoren für die Bestimmung der Ereigniszeitpunkte  $t_k$  bzw. zur Erzeugung des Stellsignals  $u(t)$  verwendet. Die zweite Methode stellt einen Ansatz zu einer dezentralen ereignisbasierten Regelung dar, bei dem gegenüber der ersten Methode weniger Modellinformationen in den Teilreglern benötigt werden und gleichzeitig der Kommunikationsaufwand im Gesamtsystem reduziert wird.

In der Literatur existieren sehr verschiedene Ansätze zur ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme. Das Zusammenwirken der Regelung und unterschiedlicher Netzwerkzugriffsverfahren wurde in [1] und [11] untersucht. Bei diesen Arbeiten sind die geregelten Teilsysteme nur durch die gemeinsame Nutzung des Kommunikationsmediums verkoppelt, aber es gibt keine physikalischen

Kopplungen der Regelstrecken. Ereignisbasierte Strategien zur Regelung und Koordinierung von Multi-Agenten Systemen wurden in [3] und [4] vorgestellt. Bei diesen Ansätzen resultiert die Kopplung der Teilsysteme wiederum nicht aus einer physikalischen Interaktion der Regelstrecken, sondern aus dem übergeordneten Regelungsziel (z. B. Zusammenführen aller Agenten an einem Ort oder Erreichen einer Formation).

Die ereignisbasierte Regelung physikalisch gekoppelter Systeme wurde zuerst in [12] untersucht. Dabei wurden Ljapunowfunktionen für die einzelnen Teilsysteme verwendet, um lokal überprüfbare Ereignisbedingungen abzuleiten, die wiederum die Stabilität des Gesamtsystems sichern. Erweiterungen dieses Ansatzes auf Verzögerungen und Paketausfälle im Kommunikationsnetzwerk finden sich in [13]. In [2] wurde eine Methode zur ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme vorgestellt, bei der ausgehend von einer Ljapunowfunktion für das Gesamtsystem Ereignisbedingungen für die Teilsysteme entwickelt wurden, deren Einhaltung die Stabilität des Gesamtsystems garantiert. In dem Ansatz aus [14] wurden in den Regelungen der Teilsysteme Schätzwerte für den gesamten Zustand des Systems für die Generierung der Stellgröße verwendet. Falls die Abweichung zwischen dem tatsächlichen und dem geschätzten Wert eine Grenze überschreitet, wird der aktuelle Zustand an alle Regelungen gesendet und dort zur Aktualisierung der Zustandsschätzung verwendet.

Der Beitrag ist wie folgt gegliedert: Im Kapitel 2 wird das in [10] eingeführte Konzept der ereignisbasierten Zustandsrückführung zusammengefasst und es werden Bedingungen hergeleitet, unter denen eine Erweiterung dieses Konzepts auf eine mehrschleifige Regelungsstruktur möglich ist. Kapitel 3 stellt eine verteilte Realisierung der zentralen ereignisbasierten Zustandsrückführung vor. Eine Methode zur dezentralen ereignisbasierten Regelung wird im Kapitel 4 angegeben. Kapitel 5 stellt Ergebnisse einer simulativen und experimentellen Erprobung der vorgestellten Methoden dar.

## 2 Ereignisbasierte Zustandsrückführung

Dieses Kapitel gibt eine Zusammenfassung der in [10] vorgestellten Methode der ereignisbasierten Regelung und leitet eine Bedingung her, unter der eine Erweiterung dieses Konzepts auf eine mehrschleifige Regelkreisstruktur zur Regelung physikalisch gekoppelter Systeme möglich ist.

### 2.1 Zentrale ereignisbasierte Regelung

Die Struktur der zentralen ereignisbasierten Regelung ist in Bild 1 dargestellt. Das Regelungsziel ist die Störkompensation bei gleichzeitiger Reduzierung des Kommunikationsaufwands gegenüber einer kontinuierlichen Zustandsrückführung. Im Folgenden werden die Komponenten des ereignisbasierten Regelkreises erläutert.



**Komponenten des Regelkreises.** Die *Regelstrecke* wird durch das Zustandsraummodell

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1)$$

beschrieben, wobei  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  den Zustand,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  die Eingangsgröße und  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^p$  die Störung beschreiben. Es wird angenommen, dass die gewünschte Kompensation der Störung  $\mathbf{d}(t)$  durch eine Zustandsrückführung erreicht wird, mit der der geschlossene Regelkreis durch

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{SF}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}_{\text{SF}}(t) + \mathbf{E}\mathbf{d}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2)$$

mit  $\bar{\mathbf{A}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})$  gegeben ist.  $\mathbf{x}_{\text{SF}}$  bezeichnet den Zustand des kontinuierlichen Kreises. Die Zustandsrückführung

$$\mathbf{u}_{\text{SF}}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}_{\text{SF}}(t) \quad (3)$$

sei so entworfen, dass der geschlossene Regelkreis (2) stabil ist und die geforderte Güte besitzt. Das System (2) wird im Folgenden als Referenzsystem bezeichnet und die in diesem System auftretenden Signale werden mit dem Index SF gekennzeichnet, um sie von den entsprechenden Signalen im ereignisbasierten Regelkreis zu unterscheiden. Der Stellgrößengenerator und der Ereignisgenerator sollen so entworfen werden, dass der ereignisbasierte Regelkreis das Verhalten dieses Referenzsystems (2) nachahmt.

Der *Stellgrößengenerator* verwendet das Modell

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}_s(t) + \mathbf{E}\hat{\mathbf{d}}_k, \quad \mathbf{x}_s(t_k^+) = \mathbf{x}(t_k) \quad (4)$$

des kontinuierlichen Regelkreises (2) für die Stellgrößengenerierung gemäß

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}_s(t). \quad (5)$$

In (4) bezeichnet  $\mathbf{x}_s \in \mathbb{R}^n$  den Modellzustand und  $\hat{\mathbf{d}}_k \in \mathbb{R}^p$  einen Schätzwert für die Störung für die Zeit  $t \geq t_k$ . Nachdem das  $k$ -te Ereignis ausgelöst wurde, wird das Modell (4) mit dem Systemzustand  $\mathbf{x}(t_k)$  reinitialisiert, wobei  $t_k^+$  den Zeitpunkt nach der Reinitialisierung bezeichnet.

Wenn die Störschätzung  $\hat{\mathbf{d}}_k$  und die Störung  $\mathbf{d}(t)$  für  $t \geq t_k$  nicht identisch sind, weicht der Modellzustand  $\mathbf{x}_s(t)$  vom Systemzustand  $\mathbf{x}(t)$  ab. Der *Ereignisgenerator* überwacht die Abweichung

$$\mathbf{x}_{\Delta}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s(t)$$

und löst ein Ereignis aus, wenn der Differenzzustand  $\mathbf{x}_{\Delta}$  die Bedingung

$$\|\mathbf{x}_{\Delta}(t_k)\|_{\infty} = \|\mathbf{x}(t_k) - \mathbf{x}_s(t_k)\|_{\infty} = \bar{e} \quad (6)$$

erfüllt.  $\bar{e} \in \mathbb{R}_+$  bezeichnet dabei die Ereignisschranke.

Nachdem zum Zeitpunkt  $t_k$  ein Ereignis ausgelöst wurde, sendet der Ereignisgenerator den aktuellen Systemzustand  $\mathbf{x}(t_k)$  über das *Kommunikationsnetz* zum Stellgrößengenerator, wobei angenommen wird, dass die Übertragung ohne Verzögerung und Paketverluste erfolgt. Das in beiden Generatoren verwendete Modell (4) wird reinitialisiert und ein neuer Schätzwert  $\hat{\mathbf{d}}_k$  für die

Störung bestimmt und im Modell (4) für die Zeit  $t \geq t_k$  verwendet bis zum Zeitpunkt  $t_{k+1}$  ein neues Ereignis ausgelöst wird.

Diese ereignisbasierte Regelung funktioniert für eine beliebige Störschätzung (einschließlich der trivialen Lösung  $\hat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{0}$  für alle  $k \geq 0$ ). Die in [10] vorgeschlagene Störschätzung bestimmt die Schätzwerte rekursiv

$$\hat{\mathbf{d}}_k = \hat{\mathbf{d}}_{k-1} + \left( \mathbf{A}^{-1} \left( e^{\mathbf{A}(t_k - t_{k-1})} - \mathbf{I} \right) \mathbf{E} \right)^+ \mathbf{x}_{\Delta}(t_k), \quad \hat{\mathbf{d}}_0 = \mathbf{0}, \quad (7)$$

worin  $(\cdot)^+$  die Pseudoinverse symbolisiert. Die Störschätzung ist sowohl im Ereignisgenerator, als auch im Stellgrößengenerator implementiert.

**Stabilität der ereignisbasierten Regelung.** Die Abweichung zwischen dem Zustand  $\mathbf{x}(t)$  der ereignisbasierten Regelung (1), (4), (5) und dem Zustand  $\mathbf{x}_{\text{SF}}(t)$  des Referenzsystems (2) ist beschränkt. Für den Differenzzustand  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{\text{SF}}(t)$  gilt

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leq e_{\max} = \bar{e} \cdot \int_0^{\infty} \|e^{\bar{\mathbf{A}}\tau} \mathbf{B}\mathbf{K}\| d\tau, \quad \forall t \geq 0. \quad (8)$$

Die maximale Abweichung zwischen den Zuständen kann durch eine geeignete Wahl der Ereignisschranke  $\bar{e}$  beeinflusst werden. Da das Referenzsystem (2) stabil ist, ist diese Eigenschaft gleichzeitig ein Nachweis der Stabilität der ereignisbasierten Regelung im Sinne der praktischen Stabilität [6].

**Erweiterung des Konzepts.** Bei dem in diesem Abschnitt zusammengefassten Grundkonzept der ereignisbasierten Regelung wurde die Annahme getroffen, dass die Regelstrecke durch ein lineares Zustandsraummodell beschrieben werden kann. Eine Berücksichtigung von Totzeiten in der Regelstrecke ist möglich, wenn diese als zeitdiskretes System modelliert wird, wie es in [5] gemacht wurde. In [8] wurde der Einsatz eines Beobachters im ereignisbasierten Regelkreis untersucht und dabei die Voraussetzung der Messbarkeit des Systemzustands fallen gelassen. Verzögerungen bei der Informationsübertragung führen dazu, dass die Modelle im Ereignis- und Stellgrößengenerator nicht mehr synchron sind. In [9] wurden Mechanismen zur Kompensation dieser Asynchronitäten vorgeschlagen.

## 2.2 Ereignisbasierte Regelung gekoppelter Systeme

Es werden jetzt Regelstrecken betrachtet, die aus  $N$  gekoppelten Teilsystemen

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = & \mathbf{A}_{ii}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_{ii}\mathbf{u}_i(t) + \mathbf{E}_i\mathbf{d}_i(t) \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^N (\mathbf{A}_{ij}\mathbf{x}_j(t) + \mathbf{B}_{ij}\mathbf{u}_j(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

bestehen. In (9) bezeichnet  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  den Zustand des  $i$ -ten Teilsystems,  $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^{m_i}$  das  $i$ -te Stellsignal und  $\mathbf{d}_i \in \mathbb{R}^{p_i}$



die auf das  $i$ -te Teilsystem wirkende Störung. Eine ereignisbasierte Regelung des Gesamtsystems (1) mit

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= (\mathbf{x}_1^T(t) \dots \mathbf{x}_N^T(t))^T \\ \mathbf{u}(t) &= (\mathbf{u}_1^T(t) \dots \mathbf{u}_N^T(t))^T \\ \mathbf{d}(t) &= (\mathbf{d}_1^T(t) \dots \mathbf{d}_N^T(t))^T\end{aligned}$$

und

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \dots & \mathbf{A}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{N1} & \dots & \mathbf{A}_{NN} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{11} & \dots & \mathbf{B}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_{N1} & \dots & \mathbf{B}_{NN} \end{pmatrix}$$

und  $\mathbf{E} = \text{diag}(\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_N)$  ist mit dem im vorherigen Abschnitt zusammengefassten ereignisbasierten Regelungskonzept nur dann möglich, wenn im Netzwerk ein zentraler Sensorknoten alle Komponenten des Messsignals  $\mathbf{x}(t)$  bereitstellt und ein zentraler Aktorknoten alle Komponenten des Stellsignals  $\mathbf{u}(t)$  gleichzeitig anwendet. Diese Voraussetzung ist in vielen Anwendungen nicht erfüllt. Statt dessen kann ein dem  $i$ -ten Teilsystem zugeordneter Ereignisgenerator (EG  $i$ ) nur den Teilsystemzustand  $\mathbf{x}_i(t)$  kontinuierlich messen und ein entsprechender Stellgrößengenerator (SG  $i$ ) nur über die Stellgröße  $\mathbf{u}_i(t)$  das Teilsystem beeinflussen. Die Regelung besteht dann aus jeweils  $N$  Ereignis- und Stellgrößengeneratoren, die über das Netzwerk miteinander kommunizieren können (Bild 2).

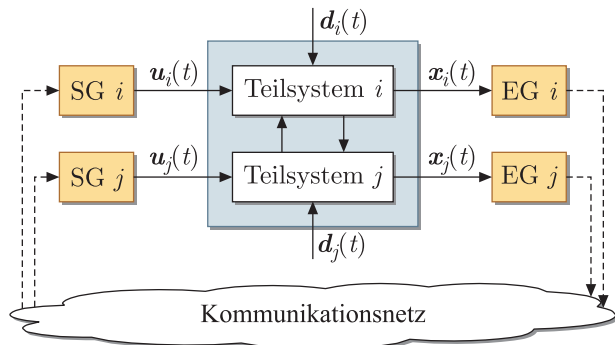


Bild 2 Ereignisbasierte Regelung gekoppelter Systeme.

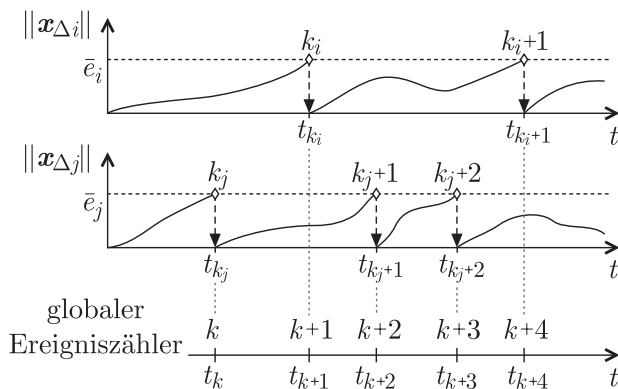


Bild 3 Asynchrone Ereignisauslösung.

Bei der ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme erfolgt die Ereignisauslösung asynchron (Bild 3), was eine Unterscheidung der durch die jeweiligen Teilsysteme ausgelösten Ereignisse erfordert. Im Folgenden bezeichnet  $k_i$  den Zähler des im Teilsystem  $i$  zum Zeitpunkt  $t_{k_i}$  ausgelösten Ereignisses und  $k$  ist weiterhin ein globaler Ereigniszähler.

### 2.3 Strukturen für die ereignisbasierte Regelung gekoppelter Systeme

In diesem Kapitel wird eine Bedingung an die Regelkreisstruktur hergeleitet, unter der die Abweichung des ereignisbasierten Regelkreises vom kontinuierlichen Referenzsystem beschränkt ist. Diese Bedingung wird durch die in den nachfolgenden Kapiteln beschriebenen Strukturen der ereignisbasierten Regelungen gekoppelter Systeme erfüllt.

Der im Abschnitt 2.1 vorgestellte Ansatz zur ereignisbasierten Zustandsrückführung kann für eine Anwendung auf vernetzte Systeme wie im Folgenden beschrieben erweitert werden. Der  $i$ -te Stellgrößengenerator erzeugt unter Verwendung des Modells

$$\dot{\mathbf{x}}_s^{(i)}(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}_s^{(i)}(t) + \mathbf{E}\hat{\mathbf{d}}_k^{(i)} \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_s^{(i)}(t_k^+) = \boldsymbol{\gamma}^{(i)}(\mathbf{x}_s^{(i)}(t_k), \mathbf{x}(t_k)) \quad (11)$$

des Gesamtsystems die Stellgröße  $\mathbf{u}_i(t)$  gemäß

$$\mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{K}_i\mathbf{x}_s^{(i)}(t) \quad (12)$$

mit  $\mathbf{K} = (\mathbf{K}_1^T \dots \mathbf{K}_N^T)^T$ .  $\mathbf{x}_s^{(i)} \in \mathbb{R}^n$  bezeichnet dabei den Modellzustand des Gesamtsystems und  $\hat{\mathbf{d}}_k^{(i)} \in \mathbb{R}^p$  den zur Zeit  $t_k$  ermittelten Schätzwert der Störung im  $i$ -ten Stellgrößengenerator. Die Funktion  $\boldsymbol{\gamma}^{(i)}(\cdot, \cdot)$  beschreibt die Reinitialisierung des Modellzustands  $\mathbf{x}_s^{(i)}$  nach dem  $k$ -ten Ereignis.

Das Differenzsystem

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}_{\text{SF}}(t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{\Delta}(t), \quad \mathbf{e}(0) = \mathbf{0}\end{aligned} \quad (13)$$

beschreibt den Unterschied zwischen dem Verhalten des Referenzsystems (2) und des ereignisbasiert geregelten Systems (1), (10), (11), (12), wobei  $\mathbf{u}_{\Delta}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_{\text{SF}}(t)$  die Differenz zwischen den Stellgrößen gemäß Gln. (3) und (12) repräsentiert:

$$\mathbf{u}_{\Delta}(t) = - \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1(\mathbf{x}_s^{(1)}(t) - \mathbf{x}_{\text{SF}}(t)) \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N(\mathbf{x}_s^{(N)}(t) - \mathbf{x}_{\text{SF}}(t)) \end{pmatrix}.$$

Mit  $\mathbf{x}_{\text{SF}}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{e}(t)$  folgt damit aus Gl. (13)

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{e}(t) + \mathbf{B} \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s^{(1)}(t)) \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s^{(N)}(t)) \end{pmatrix}, \quad (14)$$



wobei wieder  $\bar{A} = (A - BK)$  gilt. Da die Matrix  $\bar{A}$  stabil ist, ist die Abweichung

$$e(t) = \int_0^t e^{\bar{A}(t-\tau)} B \begin{pmatrix} K_1(x(\tau) - x_s^{(1)}(\tau)) \\ \vdots \\ K_N(x(\tau) - x_s^{(N)}(\tau)) \end{pmatrix} d\tau$$

beschränkt, wenn die Signale

$$K_i(x(t) - x_s^{(i)}(t)), \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad t \geq 0$$

begrenzt sind. Dieses Ergebnis ist in dem folgenden Theorem zusammengefasst.

**Theorem 1.** Die Abweichung zwischen dem Verhalten des Referenzsystems (2) und des ereignisbasierten Regelkreises (1), (10), (11), (12) ist beschränkt, wenn

$$\|K_i(x(t) - x_s^{(i)}(t))\| < \infty \quad (15)$$

für alle  $i = 1, \dots, N$  und  $t \geq 0$  gilt.

Die Bedingung (15) impliziert Forderungen an die Struktur des ereignisbasierten Regelkreises. Die in den nachfolgenden Kapiteln vorgestellten Methoden zur ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme erfüllen die Bedingung (15) in unterschiedlicher Weise:

- **Verteilte Regelungsstruktur:** Unter der Verwendung einer zentralen Regelung (vollbesetzte Matrix  $K$ ) wird durch geeignetes Broadcasting zu den Ereigniszeitpunkten  $t_k$  sichergestellt, dass alle Modellzustände  $x_s^{(i)}(t)$  identisch und deren Abweichungen vom Systemzustand  $x(t)$  beschränkt sind.
- **Dezentrale Regelungsstruktur:** Es wird eine dezentrale Regelung  $K_d = \text{diag}(K_{d1}, \dots, K_{dN})$  eingesetzt, so dass die Erfüllung der Bedingung (15) im  $i$ -ten Teilsystem nur von der Differenz  $x_i(t) - x_{s,i}^{(i)}(t)$  abhängt, wobei  $x_i$  und  $x_{s,i}^{(i)}$  die  $i$ -te Komponente des jeweiligen Zustands bezeichnen. Die Beschränkung dieser Differenz wird durch eine lokal überprüfbare Ereignisbedingung im  $i$ -ten Ereignisgenerator garantiert.

### 3 Verteilte Realisierung der zentralen ereignisbasierten Regelung

#### 3.1 Synchronisierung der Modelle

Dieses Kapitel beschreibt eine verteilte Realisierung der in [10] eingeführten ereignisbasierten Zustandsrückführung, wobei angenommen wird, dass die Rückführverstärkung  $K$  eine vollbesetzte Matrix ist. Dieser Methode liegt die Idee zugrunde, identische Modelle (10), (11) des Referenzsystems (2) in allen Stellgrößen- und Ereignisgeneratoren zu verwenden und synchron mit denselben Werten zu reinitialisieren. Im Folgenden wird daher auf eine Unterscheidung der Modellzustände und der Schätzwerte der Störungen durch einen hochgestellten Index verzichtet. Zur Kommunikation wird ein Broadcasting eingesetzt, wobei die Information des Senders gleichzeitig an alle übrigen Komponenten im Netzwerk übertragen

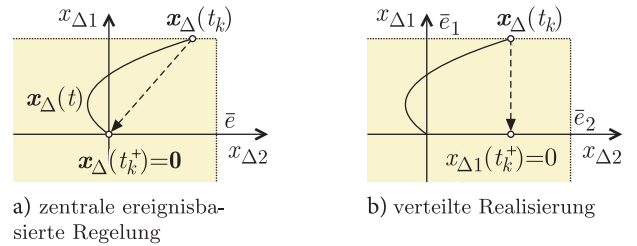


Bild 4 Reinitialisierung der Modellzustände.

wird. Das in allen Generatoren verwendete Modell ist dann gegeben durch

$$\dot{x}_s(t) = \bar{A}x_s(t) + E\hat{d}_k, \quad (16)$$

$$x_s(t_{k_i}^+) = \gamma(x_s(t_{k_i}), x(t_{k_i})) = (I - \Gamma_i)x_s(t_{k_i}) + \Gamma_i x(t_{k_i}) \quad (17)$$

mit

$$\Gamma_i = \text{diag}(0_{n_1}, \dots, 0_{n_{i-1}}, I_{n_i}, 0_{n_{i+1}}, \dots, 0_{n_N}).$$

Zum Zeitpunkt  $t_{k_i}$  wird folglich nur die  $i$ -te Komponente  $x_{s,i}$  des Modellzustands  $x_s$  mit dem Wert  $x_i(t_{k_i})$  reinitialisiert, während die restlichen Komponenten unverändert bleiben, wie im Bild 4 am Beispiel von zwei Teilsystemen erster Ordnung gezeigt wird.

#### 3.2 Stellgrößen- und Ereignisgenerierung

Der  $i$ -te Stellgrößengenerator erzeugt gemäß Gl. (12) die Stellgröße

$$u_i(t) = -K_i x_s(t) \quad (18)$$

unter Verwendung des Modells (16). Der  $i$ -te Ereignisgenerator löst ein Ereignis aus, wenn die Bedingung

$$\|x_i(t_{k_i}) - x_{s,i}(t_{k_i})\|_{\infty} = \bar{e}_i \quad (19)$$

erfüllt ist, und sendet per Broadcasting den aktuellen Zustand  $x_i(t_{k_i})$  und die Störschätzung  $\hat{d}_k$  an alle übrigen Komponenten im Netzwerk. Anschließend erfolgt die Reinitialisierung aller Modelle gemäß Gl. (17). Durch die Ereignisbedingung (19) und die Reinitialisierung wird sichergestellt, dass für den Differenzzustand  $x_{\Delta}(t)$  des Gesamtsystems die Ungleichung

$$\|x_{\Delta}(t)\|_{\infty} = \|x(t) - x_s(t)\|_{\infty} \leq \bar{e}_{\sup} = \max_i \bar{e}_i \quad (20)$$

für alle Zeiten  $t \geq 0$  gilt.

#### 3.3 Störschätzung

Die Methode zur Störschätzung gemäß Gl. (7) setzt voraus, dass der gesamte Zustand  $x(t)$  bekannt ist. Diese Voraussetzung ist bei der in diesem Abschnitt untersuchten Methode zur ereignisbasierten Regelung nicht erfüllt, denn die Schätzung erfolgt in dem Ereignisgenerator  $i$ , der zur Zeit  $t_{k_i}$  ein Ereignis ausgelöst hat, wobei in dieser Komponente nur der Teilsystemzustand  $x_i(t)$  messbar ist. Im Folgenden wird eine erweiterte Methode für die



Störschätzung angegeben, die auf der Annahme basiert, dass die Störung  $\mathbf{d}(t)$  im Zeitintervall  $[t_k, t_{k+1})$  konstant bleibt

$$\mathbf{d}(t) = \bar{\mathbf{d}}, \quad \text{für } t \in [t_k, t_{k+1}).$$

Betrachtet wird der Differenzzustand  $\mathbf{x}_\Delta(t)$ , der durch das Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_\Delta(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}_\Delta(t) + \mathbf{E}(\bar{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{d}}_k) \\ \mathbf{x}_\Delta(t_{k_i}^+) &= (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}_i)\mathbf{x}_\Delta(t_{k_i}) \end{aligned} \quad (21)$$

für  $t \geq t_{k_i} = t_k$  beschrieben wird. Aus Gl. (21) folgt

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_\Delta(t) &= \mathbf{x}_{\Delta, \text{frei}}(t) + \int_{t_k}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{E}(\bar{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{d}}_k) d\tau \\ &= \mathbf{x}_{\Delta, \text{frei}}(t) + \mathbf{A}^{-1} \left( e^{\mathbf{A}(t-t_k)} - \mathbf{I} \right) \mathbf{E}(\bar{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{d}}_k), \end{aligned} \quad (22)$$

wobei

$$\mathbf{x}_{\Delta, \text{frei}}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_k)} (\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}_i) \mathbf{x}_\Delta(t_k) \quad (23)$$

die freie Bewegung des Differenzsystems (21) aufgrund des nicht verschwindenden Anfangszustands  $\mathbf{x}_\Delta(t_k)$  beschreibt. Gleichung (22) wird verwendet, um zur Zeit  $t_{k+1}$  einen Schätzwert  $\hat{\mathbf{d}}_{k+1}$  für die Störung zu ermitteln:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}_{k+1} := \bar{\mathbf{d}} &= \hat{\mathbf{d}}_k + \left( \mathbf{A}^{-1} \left( e^{\mathbf{A}(t_{k+1}-t_k)} - \mathbf{I} \right) \mathbf{E} \right)^+ \\ &\quad \cdot (\mathbf{x}_\Delta(t_{k+1}) - \mathbf{x}_{\Delta, \text{frei}}(t_{k+1})). \end{aligned} \quad (24)$$

Um Gl. (24) auswerten zu können, müssen die Zustände  $\mathbf{x}_\Delta(t_k)$  und  $\mathbf{x}_\Delta(t_{k+1})$  bekannt sein. Diese Voraussetzung ist jedoch in den Ereignisgeneratoren nicht erfüllt, da dort jeweils nur ein Teilsystemzustand  $\mathbf{x}_i(t)$  messbar ist. Die Auswertung der Störschätzung (24) erfolgt im Ereignisgenerator des Teilsystems  $i$  daher unter der Annahme, dass die nicht messbaren Teilsystemzustände  $\mathbf{x}_j(t)$  mit den Modellzuständen  $\mathbf{x}_{s,j}(t)$  für alle  $j \neq i$  übereinstimmen. Statt dem tatsächlichen Differenzzustand  $\mathbf{x}_\Delta(t)$  wird also die Näherung

$$\hat{\mathbf{x}}_\Delta(t) = \mathbf{\Gamma}_i \mathbf{x}_\Delta(t) \quad (25)$$

verwendet. Dafür verschwindet die freie Bewegung (23):  $\mathbf{x}_{\Delta, \text{frei}}(t) = \mathbf{0}$  für  $t \geq t_k$ , und die Störschätzung reduziert sich auf

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{d}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{d}}_k + \left( \mathbf{A}^{-1} \left( e^{\mathbf{A}(t_{k+1}-t_k)} - \mathbf{I} \right) \mathbf{E} \right)^+ \hat{\mathbf{x}}_\Delta(t_{k+1}), \\ \hat{\mathbf{d}}_0 &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (26)$$

Die Störschätzung (26) unterscheidet sich folglich von der Schätzung gemäß Gl. (7) darin, dass ein Näherungswert  $\hat{\mathbf{x}}_\Delta$  anstelle des tatsächlichen Differenzzustands  $\mathbf{x}_\Delta$  verwendet wird.

### 3.4 Analyse der verteilt realisierten Regelung

Durch die Synchronisierung der in den Generatoren verwendeten Modelle (16), (17) und durch die Ereignisgenerierung gemäß Gl. (19) wird die Bedingung (15) erfüllt, wodurch die Abweichung zwischen dem ereignisbasierten Regelkreis (1), (16)–(19) und dem Referenzsystem (2) begrenzt wird. Die folgende Analyse führt auf eine obere Schranke für diese Abweichung.

Unter Berücksichtigung der in allen Generatoren synchronisierten Modelle (16) folgt für die Abweichung  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{\text{SF}}(t)$  aus Gl. (14)

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{e}(t) + \mathbf{BK}\mathbf{x}_\Delta(t), \quad \mathbf{e}(0) = \mathbf{0}$$

und

$$\mathbf{e}(t) = \int_0^t e^{\bar{\mathbf{A}}(t-\tau)} \mathbf{BK}\mathbf{x}_\Delta(\tau) d\tau.$$

Da die Matrix  $\bar{\mathbf{A}}$  stabil ist und die Zustandsdifferenz  $\mathbf{x}_\Delta(t)$  nach Gl. (20) beschränkt ist, ist auch die Abweichung  $\mathbf{e}(t)$  beschränkt:

$$\|\mathbf{e}(t)\|_\infty = e_{\max} \leq \bar{e}_{\sup} \cdot \int_0^\infty \|e^{\bar{\mathbf{A}}\tau} \mathbf{BK}\|_\infty d\tau. \quad (27)$$

Ein Vergleich von Gln. (8) und (27) zeigt, dass die verteilte ereignisbasierte Regelung mit  $\bar{e}_{\sup} = \bar{e}$  auf die gleiche maximale Abweichung zum Referenzsystem (2) führt, wie der zentrale Ansatz. Folglich kann das Verhalten des Referenzsystems (2) auch durch die vorgestellte Methode der verteilten ereignisbasierten Regelung beliebig genau approximiert werden.

## 4 Dezentrale ereignisbasierte Regelung

Die im vorangegangenen Kapitel vorgestellte Methode der verteilten ereignisbasierten Regelung hat den Mangel, dass in allen  $N$  Stellgrößen- und Ereignisgeneratoren das vollständige Modell (16), (17) des Referenzsystems (2) zu implementieren ist. Dies ist jedoch insbesondere bei großen Systemen ein Nachteil in Bezug auf die bereitzustellende Speicher- und Rechenkapazität.

Bei der in diesem Kapitel vorgestellten Methode der dezentralen ereignisbasierten Regelung verwenden der Stellgrößen- und der Ereignisgenerator des  $i$ -ten Teilsystems nur die Modellinformationen (9) des  $i$ -ten Teilsystems. Zudem wird eine Reduzierung des Kommunikationsaufwands dadurch erreicht, dass zur Zeit  $t_{k_i}$  die Informationsübertragung nur lokal vom  $i$ -ten Ereignisgenerator zum  $i$ -ten Stellgrößengenerator erfolgt.

### 4.1 Stellgrößen- und Ereignisgenerierung

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass eine dezentrale Zustandsrückführung

$$\mathbf{K}_d = \text{diag}(\mathbf{K}_{d1}, \dots, \mathbf{K}_{dN}) \quad (28)$$



gegeben ist, für die  $\bar{A}_d = (A - BK_d)$  stabil ist. Die dezentrale Regelung (28) mit kontinuierlicher Informationsrückkopplung führt auf das Zustandsraummodell

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_{\text{SF},i}(t) &= \bar{A}_{d,ii}\mathbf{x}_{\text{SF},i}(t) + \mathbf{f}_i(t), \\ \mathbf{f}_i(t) &= \mathbf{E}_i\mathbf{d}_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{A}_{d,ij}\mathbf{x}_{\text{SF},j}(t)\end{aligned}\quad (29)$$

für das  $i$ -te Referenzsystem. Hierbei fasst das Signal  $\mathbf{f}_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  den Einfluss der Störung und der Kopplungen auf das  $i$ -te Teilsystem zusammen.

Im Stellgrößen- und im Ereignisgenerator des  $i$ -ten Teilsystems wird das Modell

$$\dot{\mathbf{x}}_{s,i}(t) = \bar{A}_{d,ii}\mathbf{x}_{s,i}(t) + \hat{\mathbf{f}}_{k_i,i}, \quad \mathbf{x}_{s,i}(t_{k_i}^+) = \mathbf{x}_i(t_{k_i}), \quad (30)$$

des Referenzsystems (29) verwendet. Da die Kopplungen in den Generatoren unbekannt sind, werden diese Einflüsse zusammen mit der Störung  $\mathbf{d}_i(t)$  als eine erweiterte Störung interpretiert.  $\hat{\mathbf{f}}_{k_i,i}$  bezeichnet den nach dem Ereignis  $k_i$  ermittelten Schätzwert für diese erweiterte Störung. Eine Methode zur Ermittlung dieser Schätzung wird in Abschnitt 4.2 beschrieben.

Unter Verwendung des Modells (30) erzeugt der  $i$ -te Stellgrößengenerator das Stellsignal

$$\mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{K}_{d,i}\mathbf{x}_{s,i}(t). \quad (31)$$

Der  $i$ -te Ereignisgenerator löst zu der Zeit  $t_{k_i}$  ein Ereignis aus, wenn die Bedingung

$$\|\mathbf{x}_i(t_{k_i}) - \mathbf{x}_{s,i}(t_{k_i})\|_{\infty} = \bar{e}_i \quad (32)$$

erfüllt ist. In Folge dieses Ereignisses sendet der Ereignisgenerator den aktuellen Teilsystemzustand  $\mathbf{x}_i(t_{k_i})$  und den Schätzwert  $\hat{\mathbf{f}}_{k_i,i}$  an den  $i$ -ten Stellgrößengenerator und das in beiden Generatoren verwendete Modell (30) wird reinitialisiert. Die Ereignisbedingung (32) und die Reinitialisierung der Modelle sichert die Beschränkung des Differenzzustands  $\mathbf{x}_{\Delta}(t)$  gemäß Gl. (20).

## 4.2 Störschätzung

Zur Bestimmung der Schätzung  $\hat{\mathbf{f}}_{k_i,i}$  wird angenommen, dass das Signal  $\mathbf{f}_i(t)$  für die Zeit  $t \in [t_{k_i}, t_{k_i+1})$  konstant ist:

$$\mathbf{f}_i(t) = \bar{\mathbf{f}}_i, \quad \text{für } t \in [t_{k_i}, t_{k_i+1}).$$

Die Abweichung  $\mathbf{x}_{\Delta,i}(t)$  wird dann beschrieben durch das Zustandsraummodell

$$\dot{\mathbf{x}}_{\Delta,i}(t) = \mathbf{A}_{ii}\mathbf{x}_{\Delta,i}(t) + (\bar{\mathbf{f}}_i - \hat{\mathbf{f}}_{k_i,i}), \quad \mathbf{x}_{\Delta,i}(t_{k_i}) = \mathbf{0}.$$

Die Lösung dieser Gleichung

$$\mathbf{x}_{\Delta,i}(t) = \mathbf{A}_{ii}^{-1} \left( e^{\mathbf{A}_{ii}(t-t_{k_i})} - \mathbf{I} \right) (\bar{\mathbf{f}}_i - \hat{\mathbf{f}}_{k_i,i})$$

wird zum nächsten Ereigniszeitpunkt  $t_{k_i+1}$  verwendet, um mit  $\hat{\mathbf{f}}_{k_i+1,i} = \bar{\mathbf{f}}_i$  den Schätzwert zu ermitteln:

$$\hat{\mathbf{f}}_{k_i+1,i} = \hat{\mathbf{f}}_{k_i,i} + \left( \mathbf{A}_{ii}^{-1} \left( e^{\mathbf{A}_{ii}(t_{k_i+1}-t_{k_i})} - \mathbf{I} \right) \right)^+ \cdot \mathbf{x}_{\Delta,i}(t_{k_i+1}).$$

Als initiale Schätzung wird  $\hat{\mathbf{f}}_{0,i} = \mathbf{0}$  angenommen.

## 4.3 Analyse des dezentralen Regelkreises

Durch die dezentrale Zustandsrückführung (28) mit den an den Teilsystemen überprüfbaren Ereignisbedingungen (32) wird eine beschränkte Abweichung zwischen dem Referenzsystem (2) (mit  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_d$ ) und dem ereignisbasierten Regelkreis (1), (28), (30)–(32) gemäß Theorem 1 garantiert. Die Abweichung  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{\text{SF}}(t)$  zwischen beiden Systemen wird beschrieben durch

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \bar{A}_d\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}\mathbf{K}_d(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s(t)), \quad \mathbf{e}(0) = \mathbf{0}.$$

Eine Abschätzung gemäß Abschnitt 3.4 liefert die obere Schranke:

$$\|\mathbf{e}(t)\|_{\infty} = e_{\max} \leq \bar{e}_{\sup} \cdot \int_0^{\infty} \|e^{\bar{A}_d\tau} \mathbf{B}\mathbf{K}_d\|_{\infty} d\tau. \quad (33)$$

Durch eine geeignete Wahl der größten Ereignisschranke  $\bar{e}_{\sup}$  kann das Verhalten des Referenzsystems beliebig genau angenähert werden.

## 5 Erprobung an einem verfahrenstechnischen Prozess

### 5.1 Prozessbeschreibung

Die beiden vorgestellten Methoden der ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme wurden an dem thermofluiden Prozess erprobt, der im Bild 5 dargestellt ist. Der Prozess besteht aus dem Reaktionsbehälter TB, in dem der Füllstand  $l$  und die Temperatur  $\vartheta$  einer Flüssigkeit konstant gehalten werden sollen. Das Füllstands- und Temperaturverhalten der Flüssigkeit wird dabei als Teilsystem 1 bzw. Teilsystem 2 aufgefasst. Die Zuflüsse in den Reaktor TB aus dem Vorlaufbehälter T3 und der Frischwasserzufuhr HW können über die Ventile  $V_1$  und  $V_2$  beeinflusst werden. Die Flüssigkeit im Reaktor TB kann durch eingebaute Heizstäbe erwärmt werden.

Der Öffnungswinkel  $u_1$  des Ventils  $V_1$ , sowie die Heizleistung  $u_2$  der Heizstäbe werden im Folgenden als Eingang  $\mathbf{u}(t) = (u_1(t) \ u_2(t))^T$  verwendet. Der Öffnungswinkel  $d$  des Ventils  $V_2$  wird benutzt, um eine Störung zu realisieren. Der Prozess wird mit dem Zustand

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t) \ x_2(t))^T = (l(t) \ \vartheta(t))^T$$

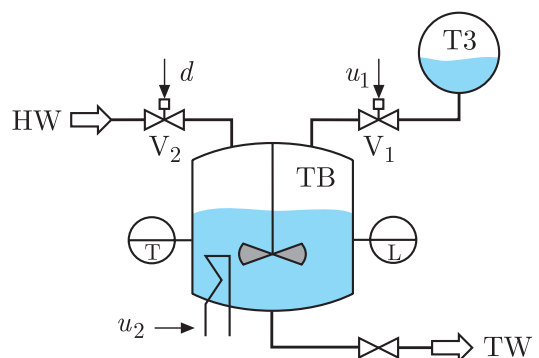


Bild 5 R&I-Fließbild des thermofluiden Prozesses.



durch das um den Arbeitspunkt

$$\bar{x} = (40 \quad 314,7)^T, \quad \bar{u} = (0,36 \quad 1,5)^T$$

linearisierte Zustandsraummodell

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = 10^{-3} \begin{pmatrix} -2,64 & 0 \\ -0,46 & -6,43 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + 10^{-3} \begin{pmatrix} 218 & 0 \\ -104 & 31,6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,26 & 0 \\ 0 & -0,11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{pmatrix} \quad (34)$$

beschrieben. Dabei ist die Störung

$$d(t) = (d(t) \ d(t))^T = (d_1(t) \ d_2(t))^T$$

so modelliert, dass der Einfluss der Frischwasserzufuhr auf das Füllstands- und Temperaturverhalten der Flüssigkeit im Reaktor TB in der ereignisbasierten Regelung des jeweiligen Teilsystems getrennt geschätzt werden kann.

## 5.2 Erprobung der verteilt realisierten Regelung

Die zentrale Zustandsrückführung

$$K = \begin{pmatrix} 0,087 & -0,018 \\ 0,130 & 0,804 \end{pmatrix}$$

sichert für den kontinuierlichen Regelkreis ein gewünschtes Störverhalten und wird damit im ereignisbasierten Regelkreis für die Generierung der Stellgrößen (18) verwendet. Eine Ereignisauslösung erfolgt, wenn eine der Bedingungen

$$\begin{aligned} \|x_1(t) - x_{s,1}(t)\| &= \bar{e}_1 = 2 \\ \|x_2(t) - x_{s,2}(t)\| &= \bar{e}_2 = 1,2 \end{aligned} \quad (35)$$

erfüllt ist. Mit den gewählten Parametern ergibt sich gemäß Gl. (27) eine maximale Abweichung zwischen der ereignisbasierten Regelung vom Referenzsystem von  $e_{\max} = 2,69$ .

**Simulation.** Das Verhalten der verteilten ereignisbasierten Regelung bei einer stückweise konstanten Störung  $d(t)$  ist im Bild 6 dargestellt. Die ersten beiden Teilbilder zeigen den Verlauf der Störung  $d(t)$  und die in den Modellen verwendeten Schätzwerte  $\hat{d}_1$  und  $\hat{d}_2$ . Darunter ist der Verlauf des Füllstands  $x_1(t)$  und der Temperatur  $x_2(t)$  dargestellt. Die unterste Abbildung zeigt die im Teilsystem 1 ( $e_l$ ) und Teilsystem 2 ( $e_\theta$ ) ausgelösten Ereignisse an. Aufgrund der zu Beginn der Untersuchung anliegenden Störung weicht das Verhalten der Strecke vom Modellverhalten ab. Zur Zeit  $t_1$  wird durch die Abweichung des Füllstands ein Ereignis ausgelöst und im Teilsystem 1 eine neue Störschätzung für beide ereignisbasierten Regelungen berechnet. Während der für das Teilsystem 1 ermittelte Schätzwert korrekt ist, verringert die Schätzung den Unterschied zwischen  $d(t)$  und  $\hat{d}_2$

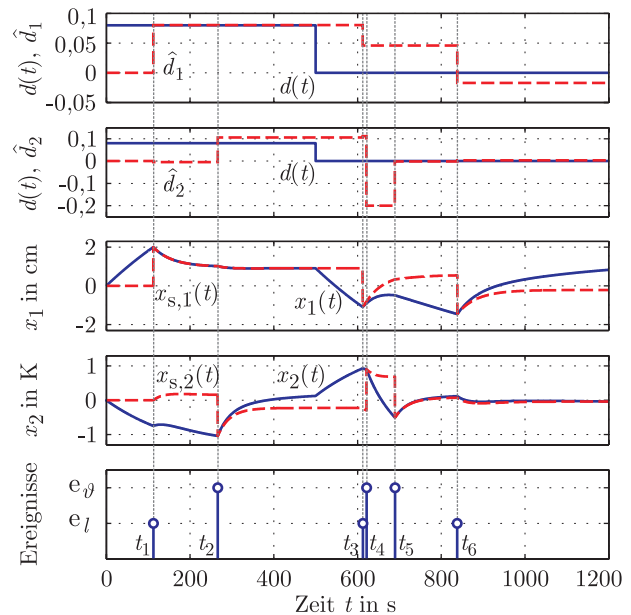


Bild 6 Simulative Erprobung der verteilten ereignisbasierten Regelung.

im Teilsystem 2 nicht. Der Grund hierfür ist die für die Berechnung getroffene Annahme  $x_2(t_1) = x_{s,2}(t_1)$  gemäß Gl. (25).

In der Folge weicht die Temperatur der Strecke vom Modell weiter ab, so dass zur Zeit  $t_2$  durch das Teilsystem 2 ein Ereignis ausgelöst wird. Nach erneuter Störschätzung ist die Differenz zwischen der Störung  $d(t)$  und den Schätzwerten  $\hat{d}_1$  und  $\hat{d}_2$  so gering, dass keine weiteren Ereignisse entstehen.

Erst durch die Änderung der Störung  $d(t)$  zur Zeit  $t = 500$  s weicht das Modellverhalten wieder signifikant von dem der Regelstrecke ab, so dass zu den Zeiten  $t_3$  und  $t_4$  Ereignisse ausgelöst werden. Die durch die Schätzung zur Zeit  $t_4$  verursachte große Abweichung zwischen  $d(t)$  und  $\hat{d}_2$  führt zum nächsten Ereignis zur Zeit  $t_5$ , zu dem der falsche Schätzwert korrigiert wird. Nach dem Ereignis zur Zeit  $t_6$  ist die Störschätzung in beiden Teilsystemen hinreichend genau, so dass die Abweichung zwischen dem Verhalten der Regelstrecke und den Modellen kein weiteres Ereignis auslöst.

Die Abweichung zwischen den Zuständen des ereignisbasiert geregelten Systems und der kontinuierlichen Zustandsrückführung ist in Bild 7 dargestellt. Die maximale Abweichung beträgt 1,46 und bleibt damit unter der zuvor ermittelten Schranke von  $e_{\max} = 2,69$ .

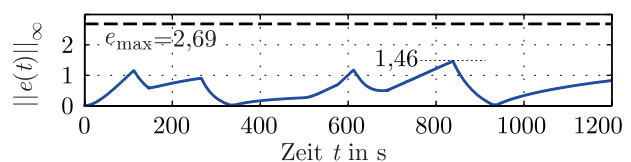
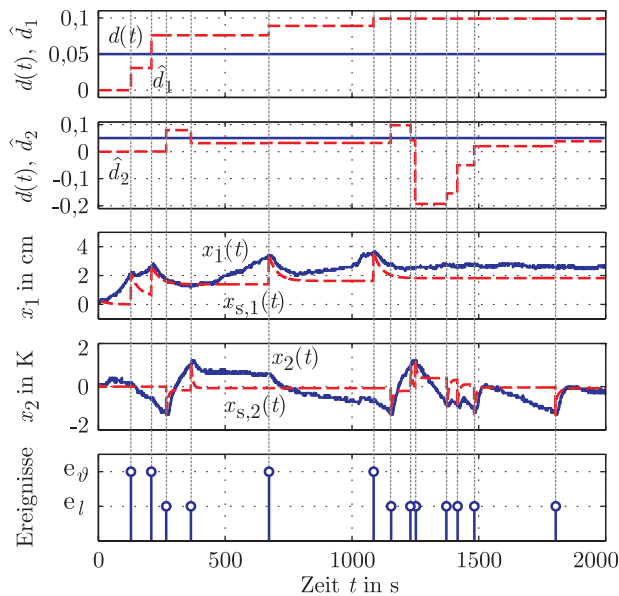


Bild 7 Abweichung zwischen der ereignisbasierten und der kontinuierlichen Zustandsrückführung.





**Bild 8** Experimentelle Erprobung der verteilten ereignisbasierten Regelung.

**Experiment.** Bild 8 stellt die Ergebnisse der experimentellen Erprobung dar. Untersucht wird hier das Verhalten der ereignisbasierten Regelung bezüglich einer konstanten Störung des Prozesses. Auffällig ist, dass bei diesem Experiment mehr Ereignisse ausgelöst werden, als bei der Simulation mit zeitvariabler Störung. Dieses Verhalten kann zum einen dadurch erklärt werden, dass das lineare Modell nur eine Näherung der nichtlinearen Prozessdynamik ist. Zum anderen ist das Modell (34) mit Unsicherheiten behaftet. Dennoch zeigt die Untersuchung, dass die Methode der verteilten ereignisbasierten Regelung den Kommunikationsaufwand gegenüber einer zeitdiskreten Zustandsrückführung mit einer für diesen Prozess typischen Abtastperiode von  $T = 10$  s deutlich reduziert und dabei eine gewünschte Störkompensation sicherstellt. Im Experiment weicht der Füllstand um weniger als 4 cm und die Temperatur um weniger als 1,5 K vom Arbeitspunkt ab. Bei den hier verwendeten Ereignisschranken werden während des Experiments nur 13 Ereignisse ausgelöst. Eine zeitdiskrete Regelung würde die Messinformationen etwa 15 mal so häufig übertragen.

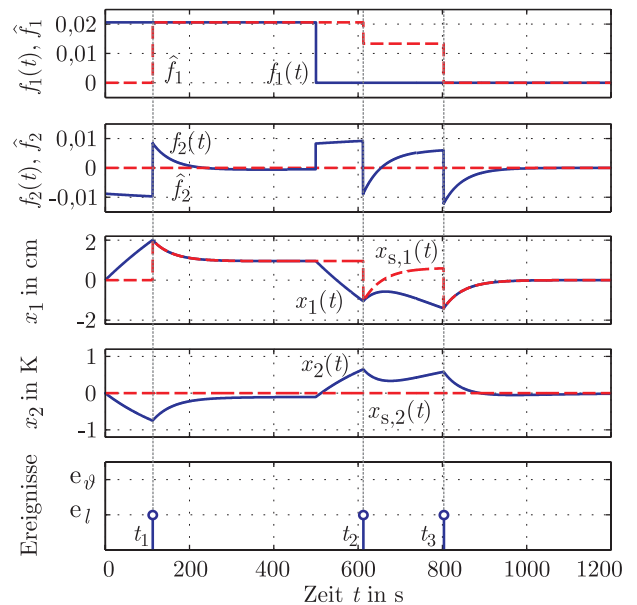
### 5.3 Erprobung der dezentralen Regelung

Für die dezentrale ereignisbasierte Regelung wird die Rückführung

$$K_d = \begin{pmatrix} 0,087 & 0 \\ 0 & 0,804 \end{pmatrix}$$

gewählt. Die Ereignisschranken werden wie in Gl. (35) angegeben festgelegt. Die maximale Abweichung (33) ergibt  $e_{\max} = 2,67$ .

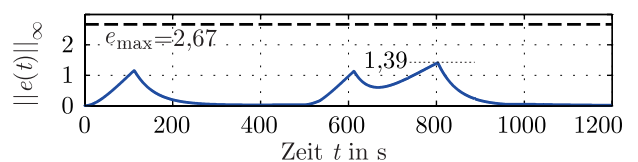
**Simulation.** Bild 9 stellt das Verhalten der dezentralen ereignisbasierten Regelung bei derselben Störung wie im Bild 6 dar. Die oberen beiden Teilbilder zeigen den



**Bild 9** Simulative Erprobung der dezentralen ereignisbasierten Regelung.

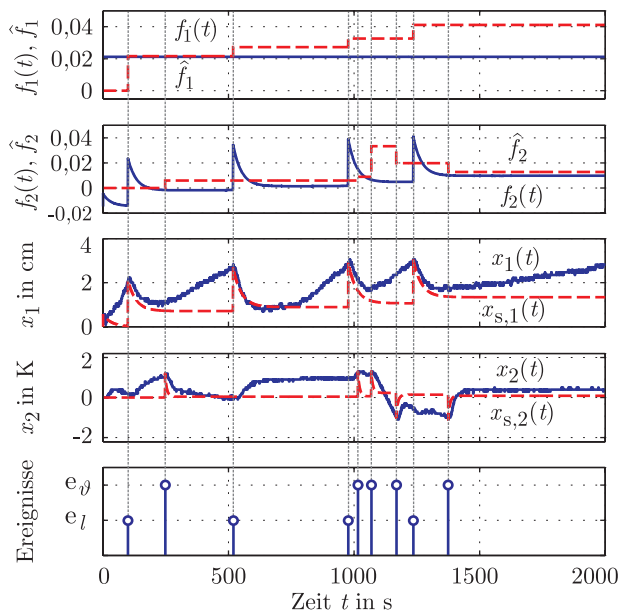
Verlauf der erweiterten Störung  $f(t)$  und die in den Teilsystemen ermittelten Schätzwerte. Hieraus geht hervor, dass die Temperatur keinen Einfluss auf das Verhalten des Füllstands hat und das erste Teilsystem somit nur durch die Störung  $d(t)$  beeinflusst wird. Die Amplitude dieser Störung wird nach Auslösung eines Ereignisses durch eine Abweichung des Füllstands  $x_1(t)$  vom Modellzustand  $x_{s,1}(t)$  zur Zeit  $t_1$  korrekt geschätzt. Durch den Stelleingriff zu diesem Ereigniszeitpunkt verändert sich der Einfluss auf das Teilsystem 2 sprunghaft, was zur Folge hat, dass die Temperatur sich dem Arbeitspunkt wieder annähert. In Folge der Änderung der Störung  $d(t)$  zur Zeit  $t = 500$  s weichen Füllstand  $x_1(t)$  und Temperatur  $x_2(t)$  von den Modellzuständen ab und es werden zwei Ereignisse ausgelöst. Zur Zeit  $t_3$  wird in Teilsystem 1 die Störung richtig geschätzt. Die Abweichung zwischen Streckenzustand  $x(t)$  und Modellzustand  $x_s(t)$  ist daraufhin so gering, dass kein weiteres Ereignis entsteht. Während der gesamten Simulationsdauer wird kein Ereignis durch das Temperaturverhalten ausgelöst.

Die Abweichung zwischen dem ereignisbasierten Regelkreis und dem Referenzsystem ist im Bild 10 gezeigt. Die größte Abweichung beträgt 1,39 und ist damit kleiner als die nach der Abschätzung (33) berechnete Schranke von  $e_{\max} = 2,67$ .



**Bild 10** Abweichung zwischen der dezentralen ereignisbasierten und der kontinuierlichen Zustandsrückführung.





**Bild 11** Experimentelle Erprobung der dezentralen ereignisbasierten Regelung.

**Experiment.** Bild 11 stellt Experimentergebnisse bei konstanter Störung  $d(t)$  dar. Diese Untersuchung zeigt, dass trotz einer geringen Abweichungen zwischen tatsächlichen Störeinflüssen und deren Schätzungen die Systemzustände und die Modellzustände auseinanderlaufen und folglich Ereignisse ausgelöst werden. Im Unterschied zu den Ergebnissen der Simulation werden auch Ereignisse durch das Temperaturverhalten ausgelöst. Dieses Verhalten kann wiederum durch Nichtlinearitäten des realen Prozesses und durch Modellunsicherheiten erklärt werden. Trotz dieser Unsicherheiten weicht der Füllstand  $x_1(t)$  des dezentral ereignisbasiert geregelten Systems um weniger als 4 cm und die Temperatur um weniger als 1,5 K vom Arbeitspunkt ab. Dabei wird mit insgesamt 9 Ereignissen der Kommunikationsaufwand gegenüber einer Abtastregelung mit der Abtastperiode von  $T = 10$  s um den Faktor 22 reduziert.

## 6 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurden zwei Methoden für die ereignisbasierte Regelung gekoppelter Systeme angegeben, mit denen die Abweichung zwischen dem Verhalten des ereignisbasierten Regelkreises von einem kontinuierlichen Referenzsystem beschränkt ist. Die Erprobung der entwickelten Methoden an einem thermofluiden Prozess hat gezeigt, dass analytisch ermittelte Schranken für die maximale Abweichung von einer kontinuierlichen Regelung auch unter Praxisbedingungen eingehalten werden, wobei gleichzeitig der Kommunikationsaufwand deutlich gegenüber einer Abtastregelung reduziert wird.

## Danksagung

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Schwerpunkt-

programms 1305 „Regelungstheorie digital vernetzter dynamischer Systeme“ gefördert.

## Literatur

- [1] R. Blind and F. Allgöwer, „Analysis of Networked Event-Based Control with a Shared Communication Medium: Part I – Pure ALOHA“, In *Proc. of 18th IFAC World Congress*, accepted.
- [2] C. De Persis, R. Sailer and F. Wirth, „On a small-gain approach to distributed event-triggered control“, In *Proc. of 18th IFAC World Congress*, accepted.
- [3] D. V. Dimarogonas and K. H. Johansson, „Event-triggered control for multi-agent systems“, In *Proc. of 48th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 7131–7136, Shanghai, China, 2009.
- [4] D. V. Dimarogonas and K. H. Johansson, „Event-triggered cooperative control“, In *Proc. of the European Control Conference 2009*, pp. 3015–3020, Budapest, Hungary, 2009.
- [5] L. Grüne, S. Jerg, O. Junge, D. Lehmann, J. Lunze, F. Müller and M. Post, „Two complementary approaches to event-based control“, *Automatisierungstechnik*, Vol. 58(4), pp. 173–182, 2010.
- [6] W. P. M. H. Heemels, J. H. Sandee and P. P. J. van den Bosch, „Analysis of event-driven controllers for linear systems“, *International Journal of Control*, Vol. 81(4), pp. 571–590, 2008.
- [7] D. Lehmann and J. Lunze, „Extension and experimental evaluation of an event-based state-feedback approach“, *Control Engineering Practice*, Vol. 19(2), pp. 101–112, 2011.
- [8] D. Lehmann and J. Lunze, „Event-based output-feedback control“, In *Proc. of the Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 982–987, Corfu, Greece, 2011.
- [9] D. Lehmann, *Event-based state-feedback control*, Logos Verlag, Berlin, 2011.
- [10] J. Lunze and D. Lehmann, „A state-feedback approach to event-based control“, *Automatica*, Vol. 46(1), pp. 211–215, 2010.
- [11] M. Rabi and K. H. Johansson, „Scheduling packets for event-triggered control“, In *Proc. of the European Control Conference 2009*, pp. 3779–3784, Budapest, Hungary, 2009.
- [12] X. Wang and M. D. Lemmon, „Decentralized Event-Triggered Broadcasts over Networked Control Systems“, In *Proc. of Hybrid Systems: Computation and Control*, pp. 674–677, St. Louis, MO, USA, 2008.
- [13] X. Wang and M. D. Lemmon, „Event-triggering in distributed networked systems with data dropouts and delays“, In *Proc. of Hybrid Systems: Computation and Control*, pp. 366–380, San Francisco, CA, USA, 2009.
- [14] J. K. Yook, D. M. Tilbury and N. R. Soparkar, „Trading computation for bandwidth: Reducing communication in distributed control systems using state estimators“, *IEEE Transactions on Control System Technology*, Vol. 10(4), pp. 503–518, 2002.

Manuskripteingang: 21. September 2011



**Dipl.-Ing. Christian Stöcker** ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik an der Ruhr-Universität Bochum. Sein Hauptarbeitsgebiet ist die ereignisbasierte Regelung gekoppelter Systeme.

Adresse: Lehrstuhl für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik, Universitätsstraße 150, 44780 Bochum, Tel.: +49(0)234 32-25203, E-Mail: [stoecker@atp.ruhr-uni-bochum.de](mailto:stoecker@atp.ruhr-uni-bochum.de)





**Prof. Dr.-Ing. Jan Lunze** ist Leiter des Lehrstuhls für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik der Ruhr-Universität Bochum. Er ist Koordinator des DFG-Schwerpunktprogramms 1305 „Regelungstheorie digital vernetzter dynamischer Systeme“.

Adresse: Lehrstuhl für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik, Universitätsstraße 150, 44780 Bochum, Tel.: +49(0)234 32-24071,  
E-Mail: [lunze@atp.ruhr-uni-bochum.de](mailto:lunze@atp.ruhr-uni-bochum.de)



**Dipl.-Ing. Chuong Ngo** hat am Lehrstuhl für Automatisierungstechnik und Prozessinformatik der Ruhr-Universität Bochum studiert und die Diplomarbeit im Bereich der ereignisbasierten Regelung gekoppelter Systeme absolviert.

Adresse: E-Mail: [ackhoangchuong@yahoo.com](mailto:ackhoangchuong@yahoo.com)